III. Dynamika

III.1.Z powierzchni Ziemi zostaje wyrzucona do góry piłka z prędkością początkową $v(0)=v_0>0$. Należy wyznaczyć położenie piłki w zależności od czasu $z(t)$ na osi z skierowanej pionowo do góry. Przyjmujemy , że $z(0)=0$. Na piłkę o masie m działa siła grawitacji $F=-mg$.
III.2.Na ciało o masie m działa siła hamująca $F(v)=-kv$. Należy wyznaczyć zależność prędkości tego ciała od czasu $v(t)$ i jego położenie $x(t)$. Prędkość początkowa $v(0)=v_0>0$, położenie początkowe $x(0)=0$.
III.3.Ciało o masie m spada z wysokości H pod wpływem siły grawitacji $-mg$ i siły oporu proporcjonalnej do prędkości $-kv$. Wyznaczyć przyspieszenie $a(t)$, prędkość $v(t)$, położenie $z(t)$ tego ciała. Warunki początkowe to $v(0)=0$ i $z(0)=H$. Wykazać, że dla małych czasów $t\ll m/k$ otrzymujemy przybliżenie $v(t)\approx -gt+\frac{k}{m}\frac{gt^2}{2}$ i odpowiednio $z(t)\approx H-\frac{gt^2}{2}+\frac{k}{m}\frac{gt^3}{6}$.
III.4.Klocki o masie $2m$ i $5m$ połączone nicią poruszają się po poziomej gładkiej powierzchni bez tarcia w ten sposób , że na klocek o mniejszej masie działa stała siła F . Wyznaczyć przyspieszenie klocków a i napięcie nici N .
III.5.Klocek o masie m , na który działa stała siła F , pcha przed sobą klocek o nieznanej masie M . Ruch odbywa się po poziomej gładkiej powierzchni bez tarcia. Wyznaczyć nieznaną masę M wiedząc , że siła wzajemnego nacisku klocków $N=\frac{3}{4}F$.
III.6.Prostopadłościenny klocek o masie m i o długości A porusza się wzdłuż osi x z prędkością v_0 po idealnie gładkiej powierzchni ($f=0$) w kierunku obszaru $0\leqslant x$ w którym współczynnik tarcia $f>0$. Wyznaczyć siłę tarcia $T(x)$ hamującą klocek i narysować wykres zależności siły od położenia klocka. Wyznaczyć położenie $x(t)$ i prędkość $v(t)$ klocka.
III.7.Dwie masy $m_1 > m_2$ zawieszono na nici przewieszonej przez bloczek . Należy znaleźć przyspieszenie a obu mas i napięcie nici N . Masę bloczka pomijamy.
III.8.Klocek o masie m porusza się po wewnętrznej stronie ściany pionowego cylindra o promieniu R w ten sposób, że jego trajektoria jest okręgiem leżącym w płaszczyźnie poziomej . Z jaką stałą prędkością v powinien się poruszać klocek aby nie zsuwał się w dół , jeśli współczynnik tarcia o powierzchnię cylindra wynosi $f>0$?
III.9.Klocek o masie m umieszczony jest na platformie o masie M , na którą działa stała siła F . Między masami działa siła tarcia o współczynniku $f>0$, natomiast między platformą a podłożem tarcie nie występuje. Należy wyznaczyć przyspieszenia obu mas w przypadku a) gdy przyspieszenia są a) równe $a_M=a_m=a$ b) różne $a_M>a_m$. Wyznaczyć w obu przypadkach warunek jaki spełnia siła F .
III.10.Wyznaczyć promień okręgu R i prędkość kątową ω w ten sposób, aby trajektoria okręgu $\vec{r}(t)=[R\cos(\omega t), R\sin(\omega t), 0]$ była rozwiązaniem równania Newtona $m\ddot{\vec{r}}=-e\dot{\vec{r}}\times\vec{B}$ opisującego ruch cząstki o masie m , ładunku $-e$, prędkości początkowej $\vec{v}(0)=[0,v,0]$ w stałym polu magnetycznym $\vec{B}=[0,0,B]$. Wyliczyć wektor siły Lorentza $\vec{F}(t)$.
III.11.Dla pewnego ruchu jednowymiarowego spełniony jest warunek $x(t)v(t)=+C^2$. Wiadomo ponadto, że punkt materialny ma masę m , położenie początkowe $x(0)=x_0>0$ i prędkość początkową $v(0)=v_0>0$. Wyznaczyć $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$ i $F(t)$. Ponadto sprawdzić, że siła jest przyciągająca $F(x)=\frac{-mC^4}{x^3}$.